الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

دورة: **2019**

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: **02** سا و**30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=2019$ و $b=2969$

1) أ) عيّن باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 7.

ب) استنتج أن العددين a و $3b$ متوافقان بترديد 7.

2) بيّن أنّ: $9a+b\equiv 0[7]$

3) تحقق أنّ: $2a\equiv -1[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد $2^{2969}\times a^{2969}$ على 7.

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حيث: $b^n+an+2\equiv 0[7]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n=\frac{2}{5}n-1$

1) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية أساسها $\frac{2}{5}$ يطلب حساب حدها الأول u_1.

2) عيّن رتبة الحد الذي قيمته 575.

3) احسب قيمة المجموع S حيث: $S=u_1+u_2+.......+u_{1440}$.

4) (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $v_n=4^{5u_n+6}$.

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1 .

ب) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_1+v_2+...+v_n$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ بـ: $f(x)=a-\frac{1}{x+2}$ ، حيث a عدد حقيقي.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

– عيّن قيمة a حتى يقطع المنحنى (C_f) حامل محور التراتيب في النقطة ذات الترتيبة $\frac{1}{2}$.

II) نضع $a=1$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -2} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -2} f(x)$ ، ثم $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) فسّر النتائج المحصل عليها بيانيا.

2) أ) بيّن أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty;-2[$ و $]-2;+\infty[$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) عيّن إحداثيي A نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين، ثم بيّن أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f).

4) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

5) احسب $f(-1)$ ثم ارسم المستقيمين المقاربين والمماس (Δ) ثمّ المنحنى (C_f) .

6) حل بيانيا المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $1 \le \frac{1}{x+2}$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

a و b العددان الطبيعيان حيث $a=2019$ ، $b=1441$

1) تحقق أنّ : $a\equiv 13[17]$.

2) بيّن أنّ : a و b متوافقان بترديد 17، ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 17.

3) بيّن أنّ $a\times b\equiv -1\,[17]$ ثمّ استنتج أنّ $3a^2\times b^2+14\equiv 0\,[17]$.

4) أُدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على 17.

5) بيّن أنّ : $2019^{1954}+169^{2n}+1441^{2969}-13\equiv 0[17]$.

6) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $n+1954^{1962}+16\equiv 0[17]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية الحسابية التي حدها الأول u_0 و أساسها r.

1) علما أنّ : $u_0+u_1+u_2=6$ ، عيّن u_1 .

2) علما أنّ : $2u_0-3u_1=-10$ ، عيّن الحد الأول u_0، ثم استنتج قيمة r أساس المتتالية (u_n)

3) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n.

4) أ) عيّن قيمة n حتى يكون $u_n=2018$.

ب) أُحسب الحد الخامس عشر للمتتالية (u_n).

5) أُحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$.

6) عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون : $S_n=96$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x^3+3x^2-5$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أُحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2) أ) أُحسب $f'(x)$ ، ثمّ ادرس إشارتها على $\mathbb{R}$.(f' ترمز إلى الدالة المشتقة الأولى للدالة f)

ب) احسب $f(0)$ و $f(-1)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) تحقق أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ $f(x)=(x-1)(2x^2+5x+5)$.

ب) عيّن نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A فاصلتها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ ثم أُكتب معادلة لـ(T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A .

5) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f) .

6) حل بيانيا المتراجحة : $f(x)\geq 0$.

انتهى الموضوع الثاني

عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (06 نقاط)		
1) أ- تعيين باقي قسمة a و b على 7: $a \equiv 3[7]$ ، $b \equiv 1[7]$ ب- $a \equiv 3b[7]$ ومنه: $a-3b \equiv 0[7]$	2×0.75 2×0.5	02.5
2) تبيان أن $9a+b \equiv 0[7]$	+0.5 0.5	01
3) - التحقق أن $2a \equiv -1[7]$ استنتاج باقي قسمة $2^{2969} \times a^{2969}$ على 7. الباقي هو 6.	0.5 1	1.5
4) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $b^n + a.n + 2 \equiv 0[7]$ $3n+3 \equiv 0[7]$ ومنه: $n \equiv -1[7]$ وبالتالي: $n = 7k+6 \; ; k \in \mathbb{N}$ أو $n = 7k-1 \; ; k \in \mathbb{N}^*$	+0.25 0.5 0.25	01
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1) تبيان أن المتتالية (u_n) حسابية أساسها $r = \frac{2}{5}$ (تقبل أي طريقة صحيحة) حدها الأول: $u_1 = \frac{-3}{5}$	1+1 +0.5 0.5	03
2) تعيين رتبة الحد الذي قيمته 575. $\frac{2}{5}n - 1 = 575$ ومنه: $n = 1440$ وبالتالي الرتبة هي 1440	2×0.5 0.25	1.25
3) حساب المجموع S: $S = \frac{1440}{2}(u_1 + u_{1440})$ ، $S = 413568$.	×0.25 2	0.5
4) أ- $v_n = 4^{5u_n+6}$ (v_n) هندسية الاساس 16 والحد الأول 64	0.25 2×0.25	01.25
ب- حساب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + ... + v_n = \frac{64}{15}(16^n - 1)$	×0.25 2	

عناصر الإجابة(الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
I. $f(0)=\frac{1}{2}$ ومنه: $a=1$	2×0.25	**0.5**
II. 1) أ− $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -2} f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} -2} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	0.5×4	**02.5**
ب− للمنحنى م.م. مواز لـ(xx')معادلته $x=-2$ و م.م. مواز لـ(yy') معادلته $y=1$	2×0.25	
2) أ− $f'(x)=\frac{1}{(x+2)^2}$ ، $f'(x)>0$.	2×0.5	**1.5**
ب− جدول التغيرات.	0.5	
3) إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين: $A(-2;1)$	0.25	**0.5**
- تبيان أن A مركز تناظر للمنحنى (C_f).	0.25	
4) معادلة المماس: $(\Delta): y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$	0.5	**0.5**
5) $f(-1)=0$	0.5	**02**
- رسم المقاربين والمماس (T) - رسم المنحنى (C_f)	2×0.5 0.5	
6) $1\leq\frac{1}{x+2}$ معناه $f(x)\leq0$ ، $S=]-2;-1]$.	0.5	**0.5**

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول : (06 نقاط)		
1) التحقق أنّ : $a \equiv 13[17]$	01	**01**
2) بيان أنّ : a و b متوافقان بترديد 17 $b \equiv 13[17]$	01 0.5	**01.5**
3) $a \times b \equiv 169[17]$ و $169 \equiv 16[17]$ ومنه $a \times b \equiv -1[17]$ $a^2 \times b^2 \equiv 1[17]$ ومنه $3a^2 \times b^2 + 14 \equiv 0[17]$	0.75 0.75	**01.5**
4) دور بواقي القسمة هو 4 والبواقي هي : 1 ; 13 ; 16 و 4	0.5×2	**01**
5) $13^{1954} + (-1)^{2n} + 13^{2969} - 13 \equiv 16 + 1 + 13 - 13[17]$ ومنه $2019^{1954} + 169^{2n} + 1441^{2969} - 13 \equiv 0[17]$	0.25 0.25	**0.5**
6) $n + 1954^{1962} + 16 \equiv 0[17]$ يكافئ $n + 1 + 16 \equiv 0[17]$ ومنه $n = 17k \ / k \in \mathbb{N}$	0.25 0.25	**0.5**
التمرين الثاني : (06 نقاط)		
1) $u_1 = 2$	01	**01**
2) $u_0 = -2$ ، $r = 4$	2×1	**02**
3) $u_n = 4n - 2$	01	**01**
4) أ) $n = 505$ ب) $u_{14} = 54$	2×0.5	**01**
5) $S_n = 2n^2 - 2$.	0.5	**0.5**
6) $2n^2 - 2 = 96$ يعني $n^2 - 49 = 0$ يعني $n = 7$	0.5	**0.5**
التمرين الثالث : (08 نقاط)		
1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	1×2	**2**
2) أ) $f'(x) = 6x^2 + 6x$ اشارة $f'(x)$ ب) حساب القيمتين وتشكيل جدول التغيرات	01.5 0.5 3x0.5	**03.5**
3) أ) التحقق ب) تعيين نقطة التقاطع مع حامل محور الفواصل	2×0.5	**01**
4) – نقطة الإنعطاف – معادلة المماس	×0.25 2	**0.5**
5) انشاء المماس والمنحنى (C_f)	×0.25 3	**0.75**
6) حل المتراجحة	0.25	**0.25**